

$\partial\Omega_\varepsilon \setminus (\Upsilon_\varepsilon^{(1)} \cup \Upsilon_\varepsilon^{(2)} \cup \Gamma_1)$; the density

$$\rho_\varepsilon(x) = \begin{cases} 1, & x \in \Omega_0 \cup G_\varepsilon^{(2)}, \\ \varepsilon^{-1}, & x \in G_\varepsilon^{(1)}. \end{cases} \quad (2)$$

It is known that for each fixed value of ε there is a sequence of eigenvalues of problem (1)

$$0 < \lambda_1(\varepsilon) < \lambda_2(\varepsilon) \leq \dots \leq \lambda_n(\varepsilon) \leq \dots \rightarrow +\infty \quad \text{as } n \rightarrow \infty \quad (3)$$

and a sequence of the corresponding eigenfunctions $\{u_n(\varepsilon, \cdot) : n \in \mathbb{N}\}$, which can be orthonormalized by the following way

$$(u_n, u_m)_{L_2(\Omega_0 \cup G_\varepsilon^{(2)})} + \varepsilon^{-1}(u_n, u_m)_{L_2(G_\varepsilon^{(1)})} = \delta_{n,m}, \quad \{n, m\} \in \mathbb{N}. \quad (4)$$

Here and below $\delta_{n,m}$ is the Kronecker delta.

Main result. Combining the algorithm of constructing asymptotics in thin domains with the methods of homogenization theory, we prove that the limit (homogenized) spectral problem reads as follows:

$$\begin{aligned} -\Delta_x v_0^+(x) &= \lambda_0 v_0^+(x), & x \in \Omega_0, \\ -\partial_{x_2 x_2}^2 v_0^-(x) &= \lambda_0 v_0^-(x), & x \in D_2, \\ \partial_\nu v_0^+(x) &= 0, & x \in \Gamma_2, \\ v_0^+(x) &= 0, & x \in \Gamma_1, \\ v_0^+(x_1, 0) &= v_0^-(x_1, 0), & x_1 \in I_0, \\ \partial_{x_2} v_0^+(x_1, 0) - h_2 \partial_{x_2} v_0^-(x_1, 0) &= -4h_1 l_1 \lambda_0 v_0^+(x_1, 0), & x_1 \in I_0, \\ \partial_{x_2} v_0^-(x_1, -l_2) &= 0, & x_1 \in I_0, \end{aligned} \quad (5)$$

where $u(\varepsilon, x) \rightarrow v_0(x)$ and $\lambda(\varepsilon) \rightarrow \lambda_0$ as $\varepsilon \rightarrow 0$. Here $v_0(x) \equiv v_0^+(x)$ in Ω_0 and $v_0(x) \equiv v_0^-(x)$ in $D_2 = (0, a) \times (-l_2, 0)$.

ВОЛНЫ-УБИЙЦЫ В ОКЕАНЕ: ДОКАЗАТЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ И ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ

Р. В. Шамин¹

Волнами-убийцами принято называть поверхностные волны в океане экстремальной амплитуды. Как известно, эти волны могут разрушать нефтяные платформы и суда в океане. В настоящем докладе рассматриваются результаты численного моделирования поверхностных волн идеальной жидкости. В ходе вычислительных экспериментов наблюдалось возникновение волн экстремальной амплитуды, которые соответствовали волнам-убийцам.

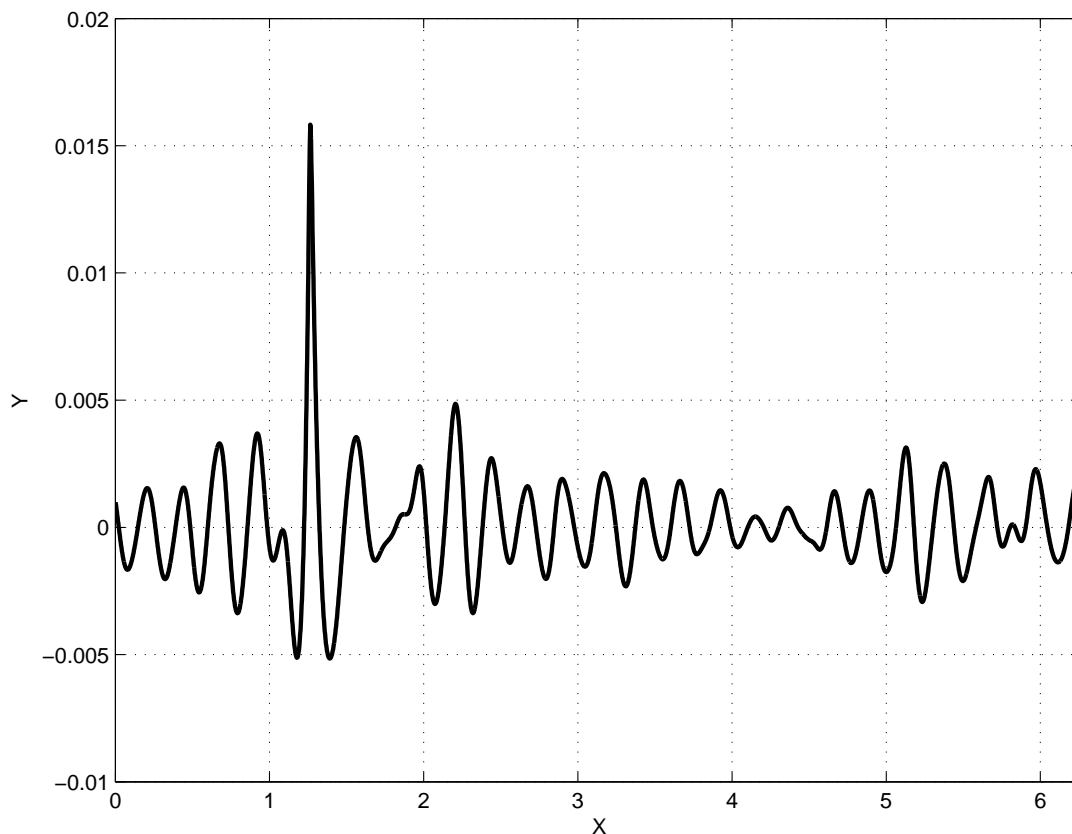
Важным отличием настоящего доклада от предыдущих работ по моделированию волн-убийц является то, что мы изучаем полные нелинейные уравнения, описывающие поверхностные волны идеальной жидкости. Другой важной особенностью наших экспериментов является использование доказательных вычислений.

¹Институт океанологии им. П.П.Ширшова РАН. E-mail: roman@shamin.ru

В докладе представлены результаты вычислительных экспериментов, в ходе которых были обнаружены волны-убийцы и вычислены частоты возникновения этих волн в зависимости от параметров начальных данных.

В настоящем докладе представлены результаты из работы [1].

Математические вопросы, связанные с разрешимостью изучаемых уравнений, а также методами проведения доказательных вычислений в моделировании поверхностных волн в океане изложены в [2–4].



Профиль волны-убийцы.

Список литературы

- [1] В. Е. Захаров, Р. В. Шамин, *О вероятности возникновения волн-убийц*, Письма в ЖЭТФ **91**:2 (2010), 68–71.
- [2] Р. В. Шамин, *Вычислительные эксперименты в моделировании поверхностных волн в океане*, М., Наука, 2008.
- [3] R. V. Shamin, *Dynamics of an Ideal Liquid with a Free Surface in Conformal Variables*, J. Math. Sci. **160**:5 (2009), 537–678.
- [4] Р. В. Шамин, *Аппроксимация эволюционных дифференциальных уравнений в шкалах гильбертовых пространств*, Матем. заметки **85**:2 (2009), 318–320.